Übungen zur Linearen Algebra I

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Prem — Blatt 0 vom 20. Oktober 2016

Aufgabe 1 (aussagenlogische Tautologien)**.** Sind die folgenden aussagenlogischen Formeln Tautologien? (Hierbei bezeichnen A, B, C aussagenlogische Variablen.) Begründen Sie Ihre Antwort (durch einen Beweis oder ein geeignetes Gegenbeispiel)!

1. $(A \Longrightarrow B) \Longleftrightarrow (\neg A \vee B)$
2. $\neg(A \wedge B) \Longleftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
3. $\bigl((\neg A) \Longrightarrow (B \wedge \neg B)\bigr) \Longrightarrow A$
4. $\bigl((A \Longrightarrow B) \wedge (B \Longrightarrow C)\bigr) \Longrightarrow (A \Longrightarrow C)$

Aufgabe 2 (Negation)**.** Formalisieren Sie die folgenden Aussagen im Stile der Quantorenlogik und negieren Sie die Aussagen; versuchen Sie dabei, die Negationen auch wieder sprachlich sauber zu formulieren.

1. Alle Vöglein sind schon da.
   [Volkslied]
2. Veranstaltungen mit Kraftfahrzeugen bedürfen der Erlaubnis, wenn sie die Nachtruhe stören können.
   [StVO]
3. Verkehrshindernisse sind, wenn nötig, mit eigener Lichtquelle zu beleuchten oder durch andere zugelassene lichttechnische Einrichtungen kenntlich zu machen.
   [StVO]
4. Wenn Du einen Schneck behauchst
   Schrumpft er ins Gehäuse, [und]
   Wenn Du ihn in Kognak tauchst,
   Sieht er weiße Mäuse.
   [Ringelnatz, Überall]

Hinweis. Da die deutsche Sprache viele Mehrdeutigkeiten besitzt und nicht jeder Satz auf eine eindeutige Art und Weise als quantorenlogische Formel formalisiert werden kann, kann es verschiedene vernünftige Lösungen dieser Aufgabe geben.

Aufgabe 3 (Folgerungen aus Axiomen)**.** Beweisen Sie, dass die Aussage

Der Mond besteht aus Quantoren.

logisch aus den folgenden Axiomen folgt:

① Tux ist ein Pinguin.

② Tux ist kein Pinguin.

Bitte wenden

Aufgabe 4 (Implikationsumkehr)**.** Was ist falsch am nachfolgenden „Beweis"? Geben Sie genau an, an welcher Stelle etwas schiefgeht und erklären Sie den Fehler!

Behauptung. Wenn A und B quantorenlogische Aussagen sind und $A \Longrightarrow B$ gilt, so gilt auch $B \Longrightarrow A$

Beweis. Seien A und B quantorenlogische Aussagen und es gelte $A \Longrightarrow B$. *Angenommen*, es gilt nicht $B \Longrightarrow A$, d.h. es gilt $B \Longrightarrow \neg A$. Wegen der Voraussetzung $A \Longrightarrow B$ erhalten wir daraus aber auch $A \Longrightarrow \neg A$, was nicht sein kann. Also muss die Annahme falsch gewesen sein, und damit gilt $B \Longrightarrow A$. □

Bonusaufgabe (Zerstreuung)**.** Professor Pirkheimer geht bestens vorbereitet gen Hörsaal; leider hat er vergessen, ob die Vorlesung in H31 oder H32 stattfindet. Vor den Türen trifft er einen Studenten. Glücklicherweise wissen alle Studenten, in welchem der beiden Hörsäle die Vorlesung von Professor Pirkheimer stattfindet. Studenten, die keine Spaßvögel sind, sagen immer die Wahrheit, wohingegen Studenten, die Spaßvögel sind, nie die Wahrheit sagen. Professor Pirkheimer kann nicht ohne weiteres erkennen, zu welcher Sorte der Student gehört.

Wie kann Professor Pirkheimer mit einer einzigen Ja/Nein-Frage an den Studenten den richtigen Hörsaal identifizieren?

---

keine Abgabe; diese Aufgaben werden in den Übungen
in der zweiten Vorlesungswoche besprochen