# Übungen zur Linearen Algebra I

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig — Blatt 15 vom 9. Februar 2017

---

**Aufgabe 1** (Jordansche Normalform)**.** Sei $K$ ein Körper, sei $n \in \mathbb{N}_{>0}$ und seien $A, B \in M_{n\times n}(K)$. Welche der folgenden Aussagen sind in dieser Situation immer wahr? Begründen Sie Ihre Antwort (durch einen Beweis oder ein geeignetes Gegenbeispiel)!

1. Gilt $\chi_A = \chi_B$, so haben $A$ und $B$ dieselbe Jordansche Normalform.
2. Haben $A$ und $B$ dieselbe Jordansche Normalform, so gilt $\chi_A = \chi_B$.

**Aufgabe 2** (Ähnlichkeit)**.** Klassifizieren Sie die folgenden Matrizen (in $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$) bis auf Ähnlichkeit:

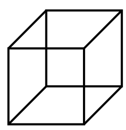
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 2 & -1 \\ 1/2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3** (großspurig)**.** Sei $A \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$ mit $|\operatorname{tr} A| > 2$. Zeigen Sie, dass $A$ diagonalisierbar ist.

**Aufgabe 4** (charakteristisches Polynom und Diagonalisierbarkeit)**.** Sei $K$ ein Körper, sei $n \in \mathbb{N}_{>0}$ und sei $A \in M_{n\times n}(K)$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

1. Die Matrix $A$ ist (über $K$) diagonalisierbar.
2. Es gilt
$$\chi_A = \prod_{\lambda \in \sigma_K(A)} (T - \lambda)^{\dim_K \operatorname{Eig}_\lambda(A)}.$$

**Bonusaufgabe** (Würfel)**.** Schreiben Sie von Hand ein STL-Modell eines Würfels. Wie sehen die (horizontalen) Schnitte davon aus?



**Bonusaufgabe** (Skript)**.** Finden Sie möglichst viele Fehler im Skript!

---

keine Abgabe