

Fingerübungen zur Linearen Algebra I

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 14 vom 30. Januar 2017

Aufgabe 1 (Nullstellen). Bestimmen Sie für jede der folgenden Gleichungen die Menge aller $\lambda \in \mathbb{Q}$ (bzw. \mathbb{R} , $\mathbb{Q}(i)$, \mathbb{C} , \mathbb{F}_2), die die Gleichung lösen:

1. $\lambda^2 + 1 = 0$
2. $\lambda^2 - 1 = 0$
3. $\lambda^2 + 2 \cdot \lambda + 3 = 0$
4. $\lambda^3 + \lambda^2 - 2 = 0$

Aufgabe 2 (Eigenwerte und Eigenräume). Bestimmen Sie für die folgenden Matrizen in $M_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ alle Eigenwerte (in \mathbb{C}) und alle Eigenräume (in \mathbb{C}^2):

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 (Diagonalisierbarkeit). Welche der folgenden Matrizen sind über \mathbb{Q} diagonalisierbar?

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4 (CAS). Überprüfen Sie Ihre Rechnungen mit einem Computeralgebrasystem!

keine Abgabe!