Fingerübungen zur Linearen Algebra I

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig — Blatt 7 vom 28. November 2016

Aufgabe 1 (Koordinatengitter). Wir betrachten die Vektoren

$$v_1 := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

in $\mathbb{R}^2$.

1. Zeigen Sie, dass (v_1, v_2) eine Basis von $\mathbb{R}^2$ ist.
2. Zeichnen Sie das „Koordinatengitter“ zu dieser Basis.
3. Bestimmen Sie $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2 \in \mathbb{R}$ mit

$$\begin{aligned} e_1 &= \lambda_1 \cdot v_1 + \lambda_2 \cdot v_2, \\ e_2 &= \mu_1 \cdot v_1 + \mu_2 \cdot v_2. \end{aligned}$$

Aufgabe 2 (eine Basis von $\mathbb{R}^3$). Wir betrachten die Vektoren

$$v_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

in $\mathbb{R}^3$. Zeigen Sie, dass (v_1, v_2, v_3) eine Basis von $\mathbb{R}^3$ ist.

Aufgabe 3 (Austauscherei). Wir betrachten die Basis (v_1, v_2, v_3) von $\mathbb{R}^3$ aus Aufgabe 2 und die Vektoren

$$w_1 := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad w_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

in $\mathbb{R}^3$. Finden Sie ein $j \in \{1, 2, 3\}$ mit der Eigenschaft, dass (w_1, w_2, v_j) eine Basis von $\mathbb{R}^3$ ist.

Aufgabe 4 (Wiederholung). Wiederholen Sie das Material über Äquivalenzrelationen, Körper und die Grundlagen von Vektorräumen. Fallen Ihnen die Übungsaufgaben dazu jetzt leichter?

---

keine Abgabe!