Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig Blatt 12 vom 10. Juli 2017

Aufgabe 1 (Jordansche Normalform: 2×2)**.** Bestimmen Sie jeweils die Jordansche Normalform der folgenden Matrizen

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

in $M_{2\times 2}(\mathbb{C})$.

Aufgabe 2 (Jordansche Normalform: 3×3)**.** Bestimmen Sie jeweils die Jordansche Normalform der folgenden Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

in $M_{3\times 3}(\mathbb{C})$.

1. Verwenden Sie dazu zunächst stur das Verfahren aus der Vorlesung.
2. In einem zweiten Durchlauf sollten Sie versuchen, möglichst viele Abkürzungen zu finden und die Jordansche Normalform mit minimalem Rechenaufwand bestimmen!

Aufgabe 3 (Jordansche Normalformen?)**.** Entscheiden Sie jeweils, ob es Matrizen $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{C})$ mit den folgenden Eigenschaften gibt oder nicht:

1. Es gilt $\operatorname{tr} A = 0$ und $(T-2)\cdot(T+4)$ ist ein Teiler von μ_A.
2. Es gilt $\operatorname{tr} A = 0$ und $(T-2)\cdot(T-2)\cdot(T+4)$ ist ein Teiler von μ_A.
3. Es gilt $\operatorname{tr} A = 0$ und $(T-2)\cdot(T+2)\cdot(T+4)$ ist ein Teiler von μ_A.
4. Es gilt $\det A = i$ und T ist ein Teiler von μ_A.

Aufgabe 4 (Wiederholung)**.** Wiederholen Sie die Themen Eigenwerte, Eigenräume, Diagonalisierbarkeit, darstellende Matrizen aus der Linearen Algebra I und schreiben Sie eine kurze Zusammenfassung dazu.

keine Abgabe!