

Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 13 vom 17. Juli 2017

Aufgabe 1 (Tensoren). Welche der folgenden Gleichheiten gelten in $\mathbb{R}^2 \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^2$?

1. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
2. $2016 \cdot e_1 \otimes e_2 + e_1 \otimes e_1 = e_1 \otimes (e_1 + 2017 \cdot e_2)$
3. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$
4. $e_1 \otimes e_2 = e_2 \otimes e_1$

Aufgabe 2 (Abbildungen auf Tensorprodukten). Sei K ein Körper. Welche der folgenden Abbildungen $K^3 \otimes_K K^3 \rightarrow K$ sind wohldefiniert?

1. $v \otimes w \mapsto 0$
2. $v \otimes w \mapsto v + w$
3. $v \otimes w \mapsto v$
4. $v \otimes w \mapsto v_1 \cdot w_3 - v_2 \cdot w_1$

Aufgabe 3 (Tensorproduktbaukasten). Sei K ein Körper und sei V ein endlichdimensionaler K -Vektorraum. Welche der folgenden Vektorräume sind in dieser Situation immer isomorph zueinander? Welche im allgemeinen nicht?

$$V^* \otimes_K V, \quad K \otimes_K (V \otimes_K K), \quad \text{Hom}_K(K, V \otimes_K V), \quad (V \otimes_K V) \oplus (K \otimes_K K)$$

Aufgabe 4 (Wiederholung). Schreiben Sie eine kurze Zusammenfassung über das Kapitel über die Jordansche Normalform. Was sind die wichtigsten Begriffe, Beispiele, Sätze, Techniken?

keine Abgabe!