

Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 14 vom 24. Juli 2017

Aufgabe 1 (äußere Produkte). Welche der folgenden Gleichheiten gelten im äußeren Produkt $\Lambda^2(\mathbb{R}^2)$?

1. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
2. $2016 \cdot e_1 \wedge e_2 + e_1 \wedge e_1 = e_1 \wedge (e_1 + 2017 \cdot e_2)$
3. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$
4. $e_1 \wedge e_2 = e_2 \wedge e_1$

Aufgabe 2 (Abbildungen auf äußeren Produkten). Sei K ein Körper. Welche der folgenden Abbildungen $\Lambda^2(K^3) \rightarrow K$ sind wohldefiniert?

1. $v \wedge w \mapsto v + w$
2. $v \wedge w \mapsto v$
3. $v \wedge w \mapsto v_1 \cdot w_3 - v_2 \cdot w_1$
4. $v \wedge w \mapsto v_1 \cdot w_2 - v_2 \cdot w_1$

Aufgabe 3 (Äußerer-Produkt-Baukasten). Sei K ein Körper und sei V ein endlichdimensionaler K -Vektorraum. Welche der folgenden Vektorräume sind in dieser Situation immer isomorph zueinander? Welche im allgemeinen nicht?

$$\Lambda^2(V^*), \quad V \otimes_K V, \quad \text{Hom}_K(K, \Lambda^2 V), \quad (\Lambda^3 V)^*, \quad \bigoplus_{j=1}^{1/2 \cdot \dim_K V \cdot (\dim_K V - 1)} K$$

Aufgabe 4 (Wiederholung). Schreiben Sie eine kurze Zusammenfassung über das Kapitel über multilineare Algebra. Was sind die wichtigsten Begriffe, Beispiele, Sätze, Techniken?

keine Abgabe!