

## Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 3 vom 8. Mai 2017

---

**Aufgabe 1** (Orthogonalität). Wir betrachten die Abbildung

$$\begin{aligned}\langle \cdot, \cdot \rangle: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\longmapsto 2 \cdot x_1 \cdot y_1 + x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2.\end{aligned}$$

1. Zeigen Sie, dass  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  ein Skalarprodukt auf  $\mathbb{R}^2$  ist.
2. Gilt bezüglich diesem Skalarprodukt, dass  $e_1 \perp e_2$  ?
3. Finden Sie ein  $x \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$  mit  $e_1 \perp x$ .

**Aufgabe 2** (orthogonale Komplemente). Bestimmen Sie die folgenden orthogonalen Komplemente in  $(\mathbb{R}^3, \langle \cdot, \cdot \rangle_2)$ :

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}^\perp, \quad \left( \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right)^\perp, \quad \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}^\perp, \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}^\perp.$$

**Aufgabe 3** (Orthonormalisierung). Wenden Sie das Orthonormalisierungsverfahren von Gram-Schmidt auf die Familie

$$\left( \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$$

in  $(\mathbb{R}^3, \langle \cdot, \cdot \rangle_2)$  an. Erhalten Sie dasselbe Ergebnis, wenn Sie dieses Verfahren auf

$$\left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

anwenden?

**Aufgabe 4** (nachrechnen). Ist es Ihnen gelungen, alles nachzurechnen, was in der Vorlesung als nachrechenbar deklariert wurde? Falls nicht, sollten Sie in den Übungen oder in der Zentralübung Fragen dazu stellen!

---

keine Abgabe!