

Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 8 vom 12. Juni 2017

Aufgabe 1 (Division mit Rest). Wir betrachten auf \mathbb{Z} den Absolutbetrag als euklidische Gradfunktion und auf Polynomringen über Körpern die modifizierte Gradfunktion.

1. Berechnen Sie in \mathbb{Z} die Division von 2017 mit Rest durch 126.
2. Berechnen Sie in \mathbb{Z} die Division von 4242 mit Rest durch -17 .
3. Berechnen Sie in $\mathbb{Q}[T]$ die Division von $T^4 - 2 \cdot T^3 + T + 7$ mit Rest durch $T^2 + 2 \cdot T - 6$.
4. Berechnen Sie in $\mathbb{F}_2[T]$ die Division von $T^3 + T^2 + 1$ mit Rest durch $T^2 + T$.

Aufgabe 2 (Primfaktorzerlegung). Bestimmen Sie Primfaktorzerlegungen der Polynome

$$T^2 - 3 \quad \text{und} \quad T^2 + 3$$

in $\mathbb{Q}[T]$ bzw. $\mathbb{R}[T]$ bzw. $\mathbb{C}[T]$.

Aufgabe 3 (Idealinklusionen). Bestimmen Sie jeweils für die nachfolgenden Ideale, welche Ideale in welchen anderen Idealen enthalten sind. Was bedeutet das für die zugehörigen zyklischen Quotientenmoduln?

1. (3) , (6) , (4) , (12) in \mathbb{Z}
2. (3) , (T) , (T^2) , $(T + 1)$ in $\mathbb{Q}[T]$
3. $(T + 1)$, $(T^2 + 1)$, (T) , $(T^2 + T)$ in $\mathbb{F}_2[T]$
4. $(T, T + 1)$, (T) , (T^2) , (T^3) in $\mathbb{C}[T]$

Aufgabe 4 (CAS). Finden Sie heraus, wie man mit einem Computeralgebrasystem Polynomdivision durchführen kann.

keine Abgabe!