

Fingerübungen zur Linearen Algebra II

Prof. Dr. C. Löh/D. Fauser/J. Witzig

Blatt 9 vom 19. Juni 2017

Aufgabe 1 (größter gemeinsamer Teiler).

1. Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von 2015 und 25 in \mathbb{Z} .
2. Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von 2017 und 5 in \mathbb{Z} .
3. Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von $T^2 + T$ und T^3 in $\mathbb{F}_2[T]$.
4. Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler von $T^5 \cdot (T+1)^7 \cdot (T+2)^{11}$ und $T^3 \cdot (T+1)^{13} \cdot (T+2)^8 \cdot (T+3)^2$ in $\mathbb{R}[T]$.

Aufgabe 2 (Gleichungen in Ringen).

1. Finden Sie ganze Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $2017 \cdot x + 42 \cdot y = -8$.
2. Gibt es ganze Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $44 \cdot x + 42 \cdot y = 2017$?
3. Finden Sie Polynome $p, q \in \mathbb{Q}[T]$ mit $p \cdot (T^2 + 2) + q \cdot (T - 1) = T^3$.
4. Gibt es Polynome $p, q \in \mathbb{F}_2[T]$ mit $p \cdot (T^2 + 1) + q \cdot (T + 1) = T^2$?

Aufgabe 3 (Idealinklusionen). Bestimmen Sie jeweils für die nachfolgenden Ideale, welche Ideale in welchen anderen Idealen enthalten sind.

1. (5) , $(100, 80)$ in \mathbb{Z}
2. (10) , $(8, 12)$, $(8, 14)$, (20) in \mathbb{Z}
3. $(T, T + 1)$, $(T^2 + 2017)$ in $\mathbb{Q}[T]$
4. $(T^2 + T, T)$, (T^2) , $(T^2 + 2 \cdot T + 1)$ in $\mathbb{C}[T]$

Aufgabe 4 (Ringeigenschaften). Sammeln Sie alle Ringeigenschaften, die wir bisher behandelt haben, und fassen Sie die bereits bewiesenen Implikationen/Zusammenhänge zwischen diesen Eigenschaften in einem möglichst übersichtlichen Diagramm zusammen.

keine Abgabe!